

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

- 1) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ |-t
 2) $p \wedge (r \rightarrow t)$
 3) $q \wedge (s \rightarrow t)$
- 1) $\neg(\neg p \vee q) \rightarrow r$ |-r
 2) $s \vee t$
 3) $s \rightarrow \neg u$
 4) $t \rightarrow \neg u$
 5) u
- 1) $\neg(p \wedge q)$ |- r \vee s
 2) $\neg p \rightarrow r$
 3) $\neg q \rightarrow s$
- 1) $\neg p \rightarrow q$ |-r
 2) $(p \vee q) \rightarrow r$
- 1) $\neg(p \wedge q)$ |- $\neg r$
 2) $\neg(p \rightarrow \neg q)$
- 1) $p \rightarrow \neg(q \wedge \neg r)$ |- $q \rightarrow (\neg p \vee r)$
- 1) $p \rightarrow q$ |- r
 2) $\neg(\neg p \vee q)$
- 1) $p \rightarrow q$ |- $q \rightarrow (p \wedge r)$
 2) $\neg(p \rightarrow r)$
 3) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- 1) $p \vee q$ |- r
 2) $p \rightarrow r$
 3) $q \rightarrow \neg(r \rightarrow p)$
- 1) $p \rightarrow q$ |- $p \rightarrow (q \wedge r)$
 2) $q \rightarrow r$
- [Sin premisas] |- $(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)$
- 1) p |- $\neg p \rightarrow q$
- 1) $\neg(p \rightarrow (p \wedge r))$ |- $\neg r$
- 1) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$ |- $\neg r \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$
- 1) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ |- $t \vee n$
 2) $p \rightarrow q$
 3) $p \wedge (r \rightarrow (t \wedge m))$
 4) $s \rightarrow (n \wedge o)$

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $p \rightarrow \neg(q \rightarrow r)$ $\quad \quad \quad \vdash \neg t \rightarrow s$
2) $(\neg p \rightarrow t) \wedge r$

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ $\quad \quad \quad \vdash p \rightarrow r$
2) $t \vee [q \wedge (q \vee s)]$
3) $\neg t$

1) $\neg(p \vee q)$ $\quad \quad \quad \vdash r$
2) $\neg p \rightarrow (r \wedge t)$

1) $p \rightarrow q$ $\quad \quad \quad \vdash \neg r \rightarrow \neg p$
2) $q \rightarrow r$

1) $\neg(p \rightarrow \neg q)$ $\quad \quad \quad \vdash q$

1) $p \wedge q \rightarrow (r \rightarrow s)$ $\quad \quad \quad \vdash t \rightarrow \neg(p \wedge q)$
2) $r \wedge \neg s$

1) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$ $\quad \quad \quad \vdash \neg p$
2) $r \rightarrow (t \wedge u)$
3) $\neg u \vee \neg t$

1) $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$ $\quad \quad \quad \vdash p \rightarrow q$
2) $\neg(r \vee t)$

1) p $\quad \quad \quad \vdash q \wedge s$
2) $p \rightarrow q$
3) $q \rightarrow r$
4) $r \rightarrow s$

1) $p \rightarrow q$ $\quad \quad \quad \vdash \neg p$
2) $p \rightarrow \neg q$

1) $q \rightarrow r$ $\quad \quad \quad \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$

1) $p \rightarrow q$ $\quad \quad \quad \vdash q \rightarrow (p \wedge r)$
2) $\neg(p \rightarrow r)$
3) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

1) $p \vee q$ $\quad \quad \quad \vdash r$
2) $p \rightarrow r$
3) $q \rightarrow \neg(r \rightarrow p)$

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

- 1) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$ |-t
 2) $p \wedge (r \rightarrow t)$
 3) $q \wedge (s \rightarrow t)$

- 4.- p _____ Simp. 2
 5.- q _____ Simpl. 3
 6.- $p \wedge q$ _____ Prod. 4,5
 7.- $r \vee s$ _____ MP 1, 6
 8.- $r \rightarrow t$ _____ Simp. 2
 9.- $s \rightarrow t$ _____ Simp. 3
 10.- r _____
 11.- t _____ Mp, 8, 10
 12.- s _____
 13.- t _____ Mp, 9, 12
 14.- t _____ Cas. 7, 10-11, 12-13

- 1) $\neg(\neg p \vee q) \rightarrow r$ |-r
 2) $s \vee t$
 3) $s \rightarrow \neg u$
 4) $t \rightarrow \neg u$
 5) u

- 6.- $\neg p \vee q$ _____
 7.- s _____
 8.- $\neg u$ _____ Mp. 3,6
 9.- t _____
 10.- $\neg u$ _____ Mp. 4,8
 11.- $\neg u$ _____ Cas. 2, 6-7, 8-9
 12.- $u \wedge \neg u$ _____ Prod. 5, 11
 13.- $\neg(p \vee q)$ _____ Abs. 6-12
 14.- r _____ Mp. 1, 13

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

- 1) $\neg(p \wedge q)$
- 2) $\neg p \rightarrow r$
- 3) $\neg q \rightarrow s$

$\vdash r \vee s$

- 4.- $\neg(\neg p \vee \neg q)$
- 5.- p
- 6.- q
- 7.- $p \wedge q$ _____ Prod. 5,6
- 8.- $\neg(p \wedge q) \wedge (p \wedge q)$ _____ Prod. 1, 7
- 9.- $\neg q$ _____ Abs. 6-8
- 10.- $\neg p \vee \neg q$ _____ Ad. 9
- 11.- $\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ _____ Prod. 4, 11
- 12.- $\neg p$ _____ Abs. 5-11
- 13.- $\neg p \vee \neg q$ _____ Ad. 12
- 14.- $\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ _____ Prod. 4,13
- 15.- $\neg\neg(\neg p \vee \neg q)$ _____ Abs. 4-14
- 16.- $\neg p \vee \neg q$ _____ DN 15
- 17.- $\neg p$
- 18.- r _____ Mp. 2,17
- 19.- $r \vee s$ _____ Ad. 18
- 20.- $\neg q$
- 21.- s _____ Mp. 3,20
- 22.- $r \vee s$ _____ Ad. 21
- 23.- $r \vee s$ _____ Cas. 16, 17-19, 20-22

En esta derivación nos hemos guiado por la demostración de Ley de Morgan 1 (Ver tabla de reglas derivadas). Sin embargo también podríamos resolver el problema suponiendo, en primer lugar $\neg(r \vee s)$ y buscando una contradicción. Para ello observamos que con tener r o tener s la contradicción está servida con una mera adición. Pero para obtener r o s necesitamos $\neg p$ o $\neg q$. Tratad de derivar la conclusión siguiendo esta estrategia...

- 1) $\neg p \rightarrow q$
- 2) $(p \vee q) \rightarrow r$

$\vdash r$

- 3.- $\neg r$
- 4.- $\neg p$
- 5.- q _____ Mp. 1, 4
- 6.- $p \vee q$ _____ Ad. 5
- 7.- r _____ Mp. 2, 6
- 8.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 3, 7
- 9.- $\neg\neg p$ _____ Abs. 4-8
- 10.- p _____ DN, 9
- 11.- $p \vee q$ _____ Ad. 10
- 12.- r _____ Mp. 2
- 13.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 3, 12
- 14.- $\neg\neg r$ _____ Abs. 3-13
- 15.- r _____ DN, 14

Tratad de resolverlo de otro modo suponiendo en primer lugar $\neg(p \vee q)$ y basándoos en la demostración de la definición del implicador 2.

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $\neg(p \wedge q)$ |- $\neg r$
 2) $\neg(p \rightarrow \neg q)$

- 3.- r
- 4.- p
- 5.- q
- 6.- $p \wedge q$ _____ Prod. 4, 5
- 7.- $\neg(p \wedge q) \wedge (p \wedge q)$ _____ Prod. 1, 6
- 8.- $\neg q$ _____ Abs. 5-7
- 9.- $p \rightarrow \neg q$ _____ TD, 4-8
- 10.- $\neg(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ _____ Prod. 2, 9
- 11.- $\neg r$ _____ Abs. 3-10

1) $p \rightarrow \neg(q \wedge \neg r)$ |- $q \rightarrow (\neg p \vee r)$

- 2.- q
- 3.- $\neg(\neg p \vee r)$
- 4.- p
- 5.- $\neg(q \wedge \neg r)$ _____ Mp. 1, 3
- 6.- $\neg r$
- 7.- $q \wedge \neg r$ _____ Prod. 2, 6
- 8.- $\neg(q \wedge \neg r) \wedge (q \wedge \neg r)$ _____ Prod. 3, 7
- 9.- $\neg \neg r$ _____ Abs. 6-8
- 10.- r _____ DN, 9
- 11.- $\neg p \vee r$ _____ Ad. 10
- 12.- $\neg(\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee r)$ _____ Prod. 3, 11
- 13.- $\neg p$ _____ Abs. 4-12
- 14.- $\neg p \vee r$ _____ Ad. 13
- 15.- $\neg(\neg p \vee r) \wedge (\neg p \vee r)$ _____ Prod. 3, 14
- 16.- $\neg \neg(\neg p \vee r)$ _____ Abs. 3-15
- 17.- $\neg p \vee r$ _____ DN, 16
- 18.- $q \rightarrow (\neg p \vee r)$ _____ TD, 2-17

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $p \rightarrow q$ |- r
 2) $\neg(\neg p \vee q)$

- 3.- $\neg r$
- 4.- $\neg p$
- 5.- $\neg p \vee q$ _____ Ad. 4
- 6.- $\neg(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ _____ Prod. 2, 5
- 7.- $\neg\neg p$ _____ Abs. 4-6
- 8.- p _____ DN, 7
- 9.- q _____ MP 8, 1
- 10.- $\neg p \vee q$ _____ Ad. 9
- 11.- $\neg(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)$ _____ Prod. 2, 10
- 12.- $\neg\neg r$ _____ Abs. 3-11
- 13.- r _____ DN, 12

1) $p \rightarrow q$ |- $q \rightarrow (p \wedge r)$
 2) $\neg(p \rightarrow r)$
 3) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

- 4.- $\neg(q \rightarrow (p \wedge r))$
- 5.- p
- 6.- q _____ Mp. 1,5
- 7.- $q \rightarrow r$ _____ Mp. 3, 5
- 8.- r _____ Mp. 7, 6
- 9.- $p \rightarrow r$ _____ TD 5-8
- 10.- $\neg(p \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow r)$ _____ Prod. 2, 9
- 11.- $\neg\neg(q \rightarrow (p \wedge r))$ _____ Abs. 4- 11
- 12.- $q \rightarrow (p \wedge r)$ _____ DN 11

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

- 1) $p \vee q$ |- r
 2) $p \rightarrow r$
 3) $q \rightarrow \neg(r \rightarrow p)$

- 4.- p
 5.- r _____ Mp. 2,4
 6.- q
 7.- $\neg(r \rightarrow p)$ _____ Mp. 3, 6
 8.- $\neg(r \wedge \neg p)$
 9.- r
 10.- $\neg p$
 11.- $r \wedge \neg p$ _____ Prod. 9, 10
 12.- $\neg(r \wedge \neg p) \wedge (r \wedge \neg p)$ _____ Prod. 8, 11
 13.- $\neg\neg p$ _____ Abs. 10-12
 14.- p _____ DN, 13
 15.- $r \rightarrow p$ _____ TD 9-14
 16.- $\neg(r \rightarrow p) \wedge (r \rightarrow p)$ _____ Prod. 7-15
 17.- $\neg\neg(r \wedge \neg p)$ _____ Abs. 8-16
 18.- $r \wedge \neg p$ _____ DN, 17
 19.- r _____ Simp. 18
 20.- r _____ Cas. 1, 4-5, 6-19

- 1) $p \rightarrow q$ |- $p \rightarrow (q \wedge r)$
 2) $q \rightarrow r$

- 3.- p
 4.- q _____ Mp 1, 3
 5.- r _____ Mp 2, 4
 6.- $q \wedge r$ _____ Prod. 4,5
 7.- $p \rightarrow (q \wedge r)$ _____ TD 3-6

$$\vdash (p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)$$

- 1.- $\neg[(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)]$
- 2.- $p \vee q$
- 3.- $(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)$ _____ Ad. 2
- 4.- $\neg[(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)] \wedge [(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)]$ _____ Prod. 1, 3
- 5.- $\neg(p \vee q)$ _____ Abs. 2-4
- 6.- p
- 7.- $p \vee q$ _____ Ad. 6
- 8.- $(p \vee q) \wedge \neg(p \vee q)$ _____ Prod. 5, 7
- 9.- $\neg p$ _____ Abs. 6-8
- 10.- $\neg p \vee \neg q$ _____ Ad. 9
- 11.- $(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)$ _____ Ad. 10
- 12.- $\neg[(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)] \wedge [(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)]$ _____ Prod. 1, 11
- 13.- $\neg\neg[(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)]$ _____ Abs. 1-12
- 14.- $[(p \vee q) \vee (\neg p \vee \neg q)]$ _____ DN 13

$$1) p \qquad \vdash \neg p \rightarrow q$$

- 2.- $\neg p$
- 3.- $\neg q$
- 4.- $p \wedge \neg p$ _____ Prod. 1, 2
- 5.- $\neg\neg q$ _____ Abs. 3-4
- 6.- q _____ DN, 5
- 7.- $\neg p \rightarrow q$ _____ TD 2-6

$$1) \neg(p \rightarrow (p \wedge r)) \qquad \vdash \neg r$$

- 2.- r
- 3.- p
- 4.- $p \wedge r$ _____ Prod. 2,3
- 5.- $p \rightarrow (p \wedge r)$ _____ TD 3-4
- 6.- $\neg(p \rightarrow (p \wedge r)) \wedge (p \rightarrow (p \wedge r))$ _____ Prod. 1,5
- 7.- $\neg r$ _____ Abs. 2-6

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $\neg(p \wedge q) \rightarrow r$

$\vdash \neg r \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$

- 2.- $\neg r$
- 3.- $\neg p \vee \neg q$
- 4.- $\neg p$
- 5.- $p \wedge q$
- 6.- p _____ Simp. 5
- 7.- $p \wedge \neg p$ _____ Prod. 4,6
- 8.- $\neg(p \wedge q)$ _____ Abs. 5-7
- 9.- $\neg q$
- 10.- $p \wedge q$
- 11.- q _____ Simp. 10
- 12.- $\neg q \wedge q$ _____ Prod. 9, 11
- 13.- $\neg(p \wedge q)$ _____ Abs. 10-12
- 14.- $\neg(p \wedge q)$ _____ Cas. 3, 4-8, 9-13
- 15.- r _____ MP 1, 14
- 16.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 2, 15
- 17.- $\neg(\neg p \vee \neg q)$ _____ Abs. 3-16
- 18.- $\neg r \rightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$ _____ TD, 2-17

1) $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$

$\vdash t \vee n$

- 2) $p \rightarrow q$
- 3) $p \wedge (r \rightarrow (t \wedge m))$
- 4) $s \rightarrow (n \wedge o)$
- 5.- p _____ Simp. 3
- 6.- $r \rightarrow (t \wedge m)$ _____ Simp. 3
- 7.- q _____ MP. 2, 5
- 8.- $p \wedge q$ _____ Prod. 5, 7
- 9.- $r \vee s$ _____ MP. 1, 8
- 10.- r
- 11.- $t \wedge m$ _____ MP 6, 10
- 12.- t _____ Simp. 11
- 13.- $t \vee n$ _____ Ad. 12
- 14.- s
- 15.- $n \wedge o$ _____ MP 4, 14
- 16.- n _____ Simp. 15
- 17.- $t \vee n$ _____ Ad. 16
- 18 $t \vee n$ _____ Cas. 9, 10-13, 14-17

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $p \rightarrow \neg(q \rightarrow r)$ |- $\neg t \rightarrow s$
 2) $(\neg p \rightarrow t) \wedge r$

- 3.- $\neg t$
- 4.- $\neg s$
- 5.- q
- 6.- r Simp. 2
- 7.- $q \rightarrow r$ TD 5-6
- 8.- p
- 9.- $\neg(q \rightarrow r)$ MP 1, 8
- 10.- $\neg(q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ Prod. 7, 9
- 11.- $\neg p$ Abs. 8-10
- 12.- $\neg p \rightarrow t$ Simp. 2
- 13.- t MP 11, 12
- 14.- $t \wedge \neg t$ Prod. 3, 13
- 16.- $\neg\neg s$ Abs. 4-14
- 17.- s DN, 16
- 18.- $\neg t \rightarrow s$ TD 3-17

1) $p \rightarrow r \vee s$ |- $p \rightarrow s$
 2) $\neg(\neg r \rightarrow t)$

- 3.- p
- 4.- $r \vee s$ MP 1, 3
- 5.- r
- 6.- $\neg s$
- 7.- $\neg r$
- 8.- $\neg t$
- 9.- $r \wedge \neg r$ Prod. 5, 7
- 10.- $\neg\neg t$ Abs. 8-9
- 11.- t DN, 10
- 12.- $\neg r \rightarrow t$ TD 7- 11
- 13.- $\neg(\neg r \rightarrow t) \wedge (\neg r \rightarrow t)$ Prod. 2, 12
- 14.- $\neg\neg s$ Abs. 6-13
- 15.- s DN, 14
- 16.- s
- 17.- $\neg s$
- 18.- $s \wedge \neg s$ Prod. 16, 17
- 19.- $\neg\neg s$ Abs. 17-18
- 20.- s DN, 19
- 21.- s Cas. 4, 5-15, 16-20
- 22.- $p \rightarrow s$ TD 3-21

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $(p \wedge q) \rightarrow r$ $\vdash p \rightarrow r$
 2) $t \vee [q \wedge (q \vee s)]$
 3) $\neg t$

4.- p
 5.- t
 6.- $\neg r$
 7.- $t \wedge \neg t$
 8.- $\neg \neg r$ _____ Abs. 6-7
 9.- r _____ DN, 8
 10.- $q \wedge (q \vee s)$
 11.- q _____ Simp. 10
 12.- $p \wedge q$ _____ Prod. 4, 11
 13.- r _____ MP 1, 12
 14.- r _____ Cas. 2, 5-8, 10-13
 15.- $p \rightarrow r$ _____ TD, 5-14

1) $\neg(p \vee q)$ $\vdash r$
 2) $\neg p \rightarrow (r \wedge t)$

3.- $\neg r$
 4.- $\neg p$
 5.- $r \wedge t$ _____ MP 2, 4
 6.- r _____ Simp. 5
 7.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 3, 6
 8.- $\neg \neg p$ _____ Abs. 4-7
 9.- p _____ DN, 8
 10.- $p \vee q$ _____ Ad. 9
 11.- $\neg(p \vee q) \wedge (p \vee q)$ _____ Prod. 1, 10
 12.- $\neg \neg r$ _____ Abs. 3-11
 13.- r _____ DN, 12

1) $p \rightarrow q$ $\vdash \neg r \rightarrow \neg p$
 2) $q \rightarrow r$

3.- $\neg r$
 4.- p
 5.- q _____ MP 1, 4
 6.- r _____ MP 2, 5
 7.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 3, 6
 8.- $\neg p$ _____ Abs. 4-7
 9.- $\neg r \rightarrow \neg p$ _____ TD 3-8

1) $\neg(p \rightarrow \neg q)$ |- q

- 2.- $\neg q$
- 3.- p
- 4.- q
- 5.- $q \wedge \neg q$ _____ Prod. 2, 4
- 6.- $\neg q$ _____ Abs. 4-5
- 7.- $p \rightarrow \neg q$ _____ TD, 3-6
- 8.- $\neg(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$ _____ Prod. 1, 7
- 9.- $\neg\neg q$ _____ Abs. 2-8
- 10.- q _____ DN, 9

1) $p \wedge q \rightarrow (r \rightarrow s)$ |- $t \rightarrow \neg(p \wedge q)$
 2) $r \wedge \neg s$

- 3.- t
- 4.- $p \wedge q$
- 5.- $r \rightarrow s$ _____ MP 1, 4
- 6.- r _____ Simp. 2
- 7.- s _____ MP 2, 6
- 8.- $\neg s$ _____ Simp. 2
- 9.- $s \wedge \neg s$ _____ Prod. 7,8
- 10.- $\neg(p \wedge q)$ _____ Abs. 4-9
- 11.- $t \rightarrow \neg(p \wedge q)$ _____ TD 3-10

1) $(p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$ |- $\neg p$
 2) $r \rightarrow (t \wedge u)$
 3) $\neg u \vee \neg t$

- 4.- p
- 5.- $p \vee q$ _____ Ad. 4
- 6.- $r \wedge s$ _____ MP 1, 5
- 7.- r _____ Simp. 6
- 8.- $t \wedge u$ _____ MP 2, 7
- 9.- $\neg u$
- 10.- p
- 11.- u _____ Simp. 8
- 12.- $u \wedge \neg u$ _____ Prod. 9, 11
- 13.- $\neg p$ _____ Abs. 10-12
- 14.- $\neg t$
- 15.- p
- 16.- t _____ Simp. 8
- 17.- $t \wedge \neg t$ _____ Prod. 15, 17
- 18.- $\neg p$ _____ Abs. 16-18
- 19.- $\neg p$ _____ Cas. 3, 9-13, 14-18
- 20.- $p \wedge \neg p$ _____ Prod. 4, 19
- 21.- $\neg p$ _____ Abs. 4-20

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

1) $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$ $\vdash p \rightarrow q$
 2) $\neg(r \vee t)$

- 3.- p
- 4.- $\neg q$
- 5.- $p \wedge \neg q$ _____ Prod. 3,4
- 6.- r _____ MP 1, 5
- 7.- $r \vee t$ _____ Ad. 6
- 8.- $\neg(r \vee t) \wedge (r \vee t)$ _____ Prod. 2, 7
- 9.- $\neg\neg q$ _____ Abs. 4-8
- 10.- q _____ DN, 9
- 11.- $p \rightarrow q$ _____ TD 3-10

1) p $\vdash q \wedge s$
 2) $p \rightarrow q$
 3) $q \rightarrow r$
 4) $r \rightarrow s$

- 5.- q _____ MP 1,2
- 6.- r _____ MP, 3, 5
- 7.- s _____ MP, 4,6
- 8.- $q \wedge s$ _____ Prod. 5, 7

1) $p \rightarrow q$ $\vdash \neg p$
 2) $p \rightarrow \neg q$

- 3.- p
- 4.- q _____ MP 1, 3
- 5.- $\neg q$ _____ MP 2, 3
- 6.- $q \wedge \neg q$ _____ Prod. 4,5
- 7.- $\neg p$ _____ Abs. 3-6

1) $q \rightarrow r$ $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow r)$

- 2.- p
- 3.- q
- 4.- r _____ MP 1, 3
- 5.- $q \rightarrow r$ _____ TD 3-4
- 6.- $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ _____ TD 2-5

Ejercicios de derivación lógica – Nivel medio-avanzado

- 1) $p \rightarrow q$ $\vdash q \rightarrow (p \wedge r)$
 2) $\neg(p \rightarrow r)$
 3) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$

- 4.- q
 5.- $\neg(p \wedge r)$
 6.- p
 7.- q _____ MP 1, 6
 8.- $q \rightarrow r$ _____ MP 3, 6
 9.- r _____ MP 7,8
 10.- $p \rightarrow r$ _____ TD 6-9
 11.- $(p \rightarrow r) \wedge \neg(p \rightarrow r)$ _____ Prod. 2, 10
 12.- $\neg\neg(p \wedge r)$ _____ Abs. 5-11
 13.- $p \wedge r$ _____ DN, 12
 14.- $q \rightarrow (p \wedge r)$ _____ TD 4-14

- 1) $p \vee q$ $\vdash r$
 2) $p \rightarrow r$
 3) $q \rightarrow \neg(r \rightarrow p)$

- 4.- p
 5.- r _____ MP 2, 4
 6.- q
 7.- $\neg(r \rightarrow p)$ _____ MP 3, 6
 8.- $\neg r$
 9.- r
 10.- $\neg p$
 11.- $r \wedge \neg r$ _____ Prod. 8,9
 12.- $\neg\neg p$ _____ Abs. 10-11
 13.- p _____ DN 12
 14.- $r \rightarrow p$ _____ TD 9-13
 15.- $(r \rightarrow p) \wedge \neg(r \rightarrow p)$ _____ Prod. 7, 14
 16.- $\neg\neg r$ _____ Abs. 8-15
 17.- r _____ DN 16
 18.- r _____ Cas. 1, 4-5, 6-17