

Relación de ejercicios repaso 1º Bach. CCNN

1. Opera y simplifica:

a) $\sqrt{5} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{45} + 2\sqrt{8}$ b) $\sqrt{\frac{3}{4}} - 3\sqrt{18} - 7\sqrt{48} + \sqrt{\frac{98}{9}}$ c) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt{27} =$

d) $\sqrt{32} - 7\sqrt{\frac{8}{25}} + \sqrt{50} =$ e) $4\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{40} - 8\sqrt[3]{\frac{5}{27}} =$ f) $\frac{\sqrt[4]{18} \cdot \sqrt[3]{12}}{\sqrt[6]{36}} =$

g) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{8}}} \cdot \sqrt[4]{4} =$ h) $\sqrt[3]{a^3b} \cdot \sqrt[6]{ab^4}$ i) $\frac{\sqrt[6]{8a^3b} \cdot \sqrt[3]{2abc^2}}{\sqrt[3]{4a^3b}}$ j) $\frac{\sqrt[4]{x^3y^3}}{\sqrt[3]{xy}}$

k) $\frac{4\sqrt{\sqrt{6}}}{2\sqrt{3}}$ l) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \frac{\sqrt[5]{xy}}{\sqrt{xy^3}}$ m) $\frac{\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{243} \cdot \sqrt{3}} =$ n) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{54} =$

ñ) $7\sqrt{32} - \sqrt{72} - \frac{3}{5}\sqrt{200} - \frac{2}{\sqrt{2}} =$ o) $\sqrt{12} - \frac{6}{\sqrt{3}} + 18\sqrt{\frac{1}{27}} - \sqrt{75} =$ p) $\frac{2 \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}} =$

2. Racionaliza y simplifica al máximo:

a) $\frac{10}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{8}{\sqrt{12}}$ c) $\frac{6}{\sqrt[4]{3}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} - 2\sqrt{3}}$ e) $\frac{1}{2 + \sqrt{5}}$ f) $\frac{5}{\sqrt[3]{25}}$

g) $\frac{2}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ h) $\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{2} - 2}$ i) $\frac{11}{2\sqrt{5} + 3}$ j) $\frac{5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}$

k) $\frac{3 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} - \frac{6}{\sqrt{3}} =$ l) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{2\sqrt{3} - \sqrt{6}} =$ m) $\frac{\sqrt{3}}{3 \cdot \sqrt[3]{3}} =$ n) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} - 1} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2} + 1} =$

3. Calcula:

a) $\lg_2 16$ b) $\lg_2 0,5$ c) $\lg 1000$ d) $\lg 0,01$ e) $\lg_3 \frac{1}{9}$ f) $\lg_7 \sqrt{7}$ g) $\lg_4 64$

4. Calcular el valor de x en estas igualdades:

a) $\lg 3^x = 2$ b) $\lg_x 125 = 3$ c) $\lg_x \frac{1}{9} = -2$ d) $\lg x^2 = -2$

e) $7^x = 115$ f) $\lg_7 3x = \frac{1}{2}$ g) $2^{3x-1} = 32$ h) $\log_x 0.04 = -1$

i) $\log_2(2x - 1) = 3$ j) $3^{x^2-5} = 81$ k) $\lg 3^x = 2$ l) $\log_2 \frac{x}{4} = -2$

m) $\log_5(x+1) = 0$ n) $\log_3 \frac{81}{x} = 3$ ñ) $\log_x 18 - \log_x 3 = -1$ o) $5^{-x} = 3$

p) $\log_3 x^4 = 2$ q) $3^{2+x} = 172$ r) $\lg_{x+3} \frac{1}{3} = 27$ s) $2^{3x-1} = 32$

$$t) \log_5 \left(\frac{\sqrt{125} \cdot 5^x}{5^{-2} \cdot \sqrt[3]{625}} \right) = -1 \quad u) \log_x \left(\frac{1}{8} \right) = \frac{-3}{2} \quad v) \log_3 \left(\frac{\sqrt{27 \cdot 3} \cdot 3^x}{9^2 \cdot 3^{-3}} \right) = 4 \quad w)$$

5. Factoriza los siguientes polinomios:

$$\begin{aligned} a) P(x) &= 2x^2 - x - 1 & b) P(x) &= 6x^2 - 7x + 2 & c) P(x) &= x^3 - 1 \\ d) P(x) &= x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 4x + 16 & e) P(x) &= 6x^3 + x^2 - 26x - 21 \\ f) P(x) &= x^4 - x^3 - 16x^2 - 20x & g) P(x) &= 36x^4 - 13x^2 + 1 \\ h) Q(x) &= 3x^4 - 3 & i) P_1(x) &= 6x^3 + 31x^2 + 4x - 5 \\ j) P_2(x) &= 4x^4 + 7x^3 - 30x^2 + 23x - 4 & k) P_3(x) &= x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 6x^2 \\ l) P_4(x) &= 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 12 & m) P(x) &= 4x^3 + 4x^2 - x - 1 \\ n) Q(x) &= x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 4x + 8 & o) R(x) &= 3x^3 + 5x^2 - 2x \\ p) S(x) &= x^4 + x^3 - 19x^2 + 11x + 30 \end{aligned}$$

6. Opera y simplifica:

$$\begin{aligned} a) \frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1} & \quad b) \left[\left(1 - \frac{1}{x}\right) : \left(1 + \frac{1}{x}\right) \right] : (x^2 - 1) & \quad c) x : \left(1 - \frac{1-x}{1+x}\right) \\ d) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - 1 \right) & \quad e) \frac{3}{2x-4} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8} & \quad f) \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} \right) : \frac{x}{x+1} \\ g) \frac{x+2}{x} \div \left(\frac{x-1}{3} \cdot \frac{x}{2x+1} \right) - \frac{6x+21}{x^2-x} = & \quad h) \frac{3x-1}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2} = \\ i) \left(\frac{x+5}{5x-1} + \frac{x+5}{x+1} \right) \div \frac{x^2+5x}{1-5x} + \frac{x^2+5}{x+1} = & \quad j) \frac{-x^3+5x^2}{x^2+3x-10} : \frac{x^2-10x+25}{2x+10} - \frac{3x}{x-2} = \\ k) \left(\frac{1}{x^2-x-2} + \frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x^2-2x-3} \right) \div \frac{x}{(x-2)(x-3)} = & \\ l) \frac{x}{x-2} - \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x^2-3x+2} = & \quad m) \frac{x-5}{x^2+5x+6} \cdot \frac{2x^2-8}{x} \div \frac{2x-10}{x^2+3x} = \end{aligned}$$

7. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a) (x+1)^2 - (x-2)^2 &= (x+3)^2 + x^2 - 20 & b) x^4 - 16 &= 0 & c) x^4 - 9x^2 &= 0 \\ d) x^4 - 8x^2 - 9 &= 0 & e) x^6 + 7x^3 - 8 &= 0 & f) 2x^3 - 8x &= 0 \\ g) x^3 + x^2 - 6x &= 0 & h) x^3 + 4x^2 + x - 6 &= 0 & i) -x^3 + 13x - 12 &= 0 \\ j) x^3 - x^2 - 4 &= 0 & k) \sqrt{x+4} &= 7 & l) x + \sqrt{5x+10} &= 8 \\ m) x - \sqrt{169 - x^2} &= 17 & n) x + \sqrt{10x+6} &= 9 & ñ) x = \sqrt{2x+10} - 1 \\ o) \sqrt{2x-3} + \sqrt{7+x} &= 4 & p) \frac{9}{x} - \frac{x}{3} &= 2 & q) \frac{2x}{x+2} + \frac{x+2}{2x} &= 2 \\ r) \frac{x+1}{x} + 1 &= \frac{x}{x-1} & s) \frac{x+4}{x-4} - \frac{x-4}{x+4} &= \frac{24}{x^2-16} & t) \frac{x}{x-3} - \frac{x+3}{x+1} &= \frac{x^2-3}{(x+1) \cdot (x-3)} \\ u) \frac{x+2}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} &= 1 & v) \frac{x-3}{x^2-x} + \frac{x+3}{x^2+x} &= \frac{2-2x}{x^2-1} & w) 7x^3 - \frac{1890}{x^3} - 119 &= 0 \\ 2^{1-x^2} &= \frac{1}{8} & 7^{2x-1} &= 49^{x^2-14} & 9^x - 2 \cdot 3^{3x} - 3 &= 0 & 9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 &= 0 \end{aligned}$$

$$4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0 \quad 4^{x+1} + 2^{x+3} + 320 = 0 \quad 3^x + 3^{1-x} = 4 \quad 3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$$

$$\lg x^3 = 4 + 2 \lg x \quad \lg(5x+4) - \lg 2 = \frac{1}{2} \lg(x+4) \quad \lg(25-x^3) - 3 \lg 4 - x = 0$$

$$\frac{3}{x-2} + \frac{6}{x^2-2x} = x+2 \quad 8 \cdot 4^{2x-1} + 4^{x+2} - 8 = 4^x \quad \log(3x-1) - \log(2x+3) = 1 - \log 25$$

$$2^{2x+2} + 2^{3-2x} = 37 - \frac{1}{2^{2x}} \quad \log(x-1) - \log \sqrt{5+x} - \log \sqrt{5-x} = 0$$

$$3 - 4x = 1 - 2 \cdot \sqrt{2x-1} \quad \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+1} = \frac{-1}{x} \quad 2 \log x - \log 32 = \log \frac{x}{2}$$

8. Resuelve :

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} \frac{x+4}{3} - \frac{y+2}{2} = -1 \\ x - \frac{y+6}{2} = -5 \end{array} \right. \quad \text{b) } \left. \begin{array}{l} x - 2y = 1 \\ 2(x-1) - 4y = 0 \end{array} \right\} \quad \text{c) } \left. \begin{array}{l} 2x - y = 9 \\ \sqrt{x+y} + y = x \end{array} \right\}$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \\ 5x - 4y = -3 \end{array} \right\} \quad \text{e) } \left. \begin{array}{l} 2\sqrt{x+1} = y+1 \\ 2x - 3y = 1 \end{array} \right\} \quad \text{f) } \left. \begin{array}{l} x - y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{array} \right\}$$

$$\text{g) } \left. \begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{array} \right\} \quad \text{h) } \left. \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = 6 \end{array} \right\} \quad \text{i) } \left. \begin{array}{l} \frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{3} = 3 \\ \frac{a+2b}{3} - \frac{a-2b}{4} = 3 \end{array} \right\}$$

$$\text{k) } \left\{ \begin{array}{l} 3x - \frac{5-3y}{2} = \frac{5-x}{3} - y \\ 5 - \frac{3}{4}(y+1) = 1-x \end{array} \right. \quad \text{l) } \left\{ \begin{array}{l} -2x + 3y = 1 \\ \sqrt{9+x} - y = 5 \end{array} \right. \quad \text{m) } \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 8 \\ 2x^2 - y^2 = 28 \end{array} \right.$$

9. Resuelve las inecuaciones siguientes:

$$\text{a) } \frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 5 - \frac{x}{6} \quad \text{b) } \frac{5x-2}{3} - \frac{x-8}{4} > \frac{x+14}{2} - 2 \quad \text{c) } 4x - \frac{3-2x}{4} < \frac{3x-1}{3} + \frac{37}{12}$$

$$\text{d) } \frac{2x+3}{4} \geq \frac{x+1}{2} + 3 \quad \text{j) } \frac{x-2}{3} - \frac{12-x}{2} > \frac{5x-36}{4} - 1 \quad \text{e) } x^2 - 9x + 18 < 0$$

$$\text{f) } 2x^2 + 8x + 6 < 0 \quad \text{g) } x^2 - 4x + 7 \leq 0 \quad \text{h) } x^2 - 2x + 6 > 0 \quad \text{i) } \frac{x-2}{x+1} \leq 0$$

$$\text{j) } \frac{x^2-1}{x+2} > 0 \quad \text{k) } \frac{2}{x+1} \leq 0 \quad \text{l) } \frac{x-3}{2x+3} > 0 \quad \text{m) } \frac{x^2-2x+1}{x-2} \leq 0$$

$$\text{n) } \frac{x \cdot (x-2)}{x+2} \leq \frac{x}{3} \quad \text{ñ) } 2x^5 + x^4 - 8x^3 - 4x^2 < 0 \quad \text{o) } \frac{x^2}{x-3} \leq x+1 \quad \text{p) } \frac{x+3}{6} - \frac{3(x-3)^2}{5} \geq x-2$$

10. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita:

$$\begin{array}{ll}
 \text{a) } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ 2x - 4 < 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2(3x - 5) \leq 7x + 1 \\ 3x - 5 \geq 6x - 4 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 3x - 5 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 0 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} x^2 + 2x - 15 > 0 \\ 3 - 2x < 7 \end{cases} \\
 \text{e) } \begin{cases} -x^2 + 5x - 4 \geq 0 \\ 5x - 1 < 4x + 2 \end{cases} & \text{f) } \begin{cases} x \cdot (x + 7) \leq 18 \\ \frac{2x - 3}{9} - \frac{4x - 1}{6} < -\frac{5x}{18} \end{cases} & \text{g) } \begin{cases} \frac{x - 1}{x + 3} > 0 \\ 2 - x \geq \frac{4x - 8}{5} \end{cases}
 \end{array}$$

11. Sabemos que $\cos \alpha = 1/3$. Halla $\operatorname{sen} \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$, sabiendo que α está en el segundo cuadrante.

12. Sabemos que $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ y que $\operatorname{sen} \alpha = -0,25$. Calcula:

a) las demás razones trigonométricas de α .

b) $\operatorname{sen}(\pi + \alpha)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$, $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$ y $\operatorname{cosec}(-\alpha)$

13. Sabemos que $\cot \beta = -1/2$ y que $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Calcula:

a) las demás razones trigonométricas de β igual que en el ejercicio anterior.

b) $\operatorname{sen}(\pi - \alpha)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, $\operatorname{tg}(\pi + \alpha)$ y $\sec(\pi - \alpha)$

14. Mismo enunciado sabiendo que $\pi/2 < \beta < \pi$ y que $\operatorname{cosec} \beta = 1,5$

15. Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$ y $\alpha \in III$. Halla:

a) las demás razones trigonométricas de α

b) $\cos(\pi - \alpha)$, $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$, $\operatorname{tg}(2\pi - \alpha)$ y $\sec(\pi - \alpha)$

16. Sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ y $\alpha \in III$, halla las restantes rr.tt.

17. Sabiendo que $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{5}$ y $\alpha \in II$, halla las restantes rr.tt.

18. Sabiendo que $\cot g \alpha = -\frac{1}{2}$ y $\alpha \in IV$, halla las restantes rr.tt.

19. Sabiendo que $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{3}{2}$ y $\alpha \in II$, halla las restantes rr.tt.

20. Siendo α un ángulo que verifica $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ y que $\operatorname{tg} \alpha = 2$, determinar las razones

trigonométricas de $\frac{\alpha}{2}$

21.- Demuestra las siguientes identidades trigonométricas.

a) $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \sec^2 \alpha$

b) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

c) $\cot g \beta \cdot \sec \beta = \operatorname{cosec} \beta$

d) $\sec \alpha - \cos \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha$

e) $\sec \beta = \operatorname{sen}^2 \beta \cdot \frac{1 + \cot g \beta}{\cos \beta}$

f) $\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} = \operatorname{sen}^2 \beta - \operatorname{sen}^2 \alpha$

g) $\frac{1 + \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 - \operatorname{sen} \alpha}$

h) $\cos^4 \alpha - \operatorname{sen}^4 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$

34.- Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $P(-3,0)$ y forman con la recta de ecuación $3x - 5y + 9 = 0$ un ángulo cuya tangente vale $1/3$.

35.- Hallar un punto de la recta $2x - y + 5 = 0$ que equidiste de $A(3,5)$ y $B(2,1)$.

36.- Dadas las rectas $r: 3x + 2y - 7 = 0$ y $s: x + 4y - 9 = 0$. Calcula el ángulo que forman.

37.- Dado el triángulo de vértices $A(1,1)$, $B(-1,2)$ y $C(3,3)$. Calcula los ángulos y el área del triángulo.

38.- Dadas las rectas $r: \begin{cases} x = -m\alpha \\ y = 2 + 2\alpha \end{cases}$ con $\alpha \in \mathfrak{R}$ y $s: y = \frac{4}{3}x - 2$, determina m para que sean perpendiculares.

39.- Dadas las rectas $r: ax - 2y + 7 = 0$ y $s: \frac{x+1}{b} = \frac{y}{2}$, halla a y b sabiendo que las rectas son perpendiculares y que r pasa por el punto $P(-1,2)$.

40.- Obtén la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(7,-2)$ y forma un ángulo de 120° con el eje de abscisas, en sentido positivo.

41.- Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(3,-1)$ y forma un ángulo de 30° con la recta $x=4$.

42.- Halla la distancia entre los puntos $A(5,7)$ y $B(-2,3)$.

43.- Calcula la distancia del punto $A(1,2)$ a la recta $r: 3x + y - 15 = 0$.

44.- Calcula la distancia entre las rectas: $r: -x + 3y + 5 = 0$ y $s: \begin{cases} x = 2 - 6\lambda \\ y = 1 - 2\lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathfrak{R}$

45.- Calcula la distancia de la recta $r: \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = -\lambda \end{cases}$ $\lambda \in \mathfrak{R}$ al punto de intersección de las rectas $s: 2x - 3y = 0$ y $t: x + y + 2 = 0$.

46.- Calcula la longitud de la altura correspondiente a A en el triángulo de vértices $A(1,4)$, $B(7,5)$ y $C(-1,-3)$. Calcula también el área del triángulo.

47.- Calcula la distancia entre la recta $r: 5x - y + 7 = 0$ y una paralela a ella que pase por el punto $(1,7)$.

48.- Calcula la distancia entre la recta $r: 3x - 4y + 6 = 0$ y una paralela a ella que dista 3 unidades del origen de coordenadas.

49.- Determina el punto medio del segmento cuyos extremos son $A(13, -17)$ y $B(1,7)$.

50.- Calcula el punto simétrico de $A(0,7)$ respecto a la recta $r: 3x - 5y + 1 = 0$.

51.- Dado el triángulo de vértices $A(2,-2)$, $B(0,4)$ y $C(4,2)$, calcular su baricentro, su ortocentro, su circuncentro, su baricentro y su área.

52.- Un punto equidista de los puntos $A(7,1)$ y $B(1,3)$. La distancia de dicho punto al eje de ordenadas es el doble que al de abscisas. Encuentra el punto.

53.- Dado el triángulo de vértices A(0,0), B(5,6) y C(-2,6), calcula:

- Su área.
- El ángulo B
- La ecuación de la mediatriz del segmento AB
- El punto simétrico de C respecto AB.

54.- Calcula la ecuación de la recta simétrica de $r: x+y-1=0$ respecto de $s: x-2y+3=0$.

55.- Dado un triángulo isósceles cuyo lado desigual es AB, con A(5,3), B(2,2), calcula el vértice opuesto C, si sabemos que pertenece a la recta $x-y+1=0$.

56.- Encuentra las coordenadas de los puntos situados en la recta $r: x+2y-3=0$ que distan dos unidades de la recta $s: 4x - 3y + 9 = 0$.

57.- Dado el vector $\vec{a} = (3,4)$ y sabiendo que forma un ángulo de 45° con \vec{b} calcula las componentes de \vec{b} sabiendo que tiene de módulo $\sqrt{2}|\vec{a}|$.

58.- A) Comprobar que el segmento de una los puntos medios de los lados AB y AC del triángulo: A(3,5), B(-2,0), C(0,-3), es paralelo al lado BC e igual a su mitad.

B) Hallar a para que las tres rectas se corten en un punto:

$$r: \frac{x}{9} = \frac{y+2}{7}, s: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases} \quad t: 3x + ay - 7 = 0$$

59.- Dados los puntos A (2,1), B (-3,5) y C (4,m), calcular el valor de m para que el triángulo ABC tenga de área 6.

60.- 2.- Halla el valor de k para que las rectas $r: kx - 2y - 3 = 0$ y $s: 3x - ky + 1 = 0$ formen un ángulo de 45° .

61.- Encuentra un punto C de la recta $2x - y + 5 = 0$ tal que equidiste de A(3,5) y B(2,1)

62.- Obtén la ecuación continua de la recta r que pasa por P(2,3) y es perpendicular a $y = \frac{3-4x}{5}$. A continuación calcula el ángulo que forma con el eje X

63.- Dado el triángulo de vértices A(1,1), B(-3,5) y C(-1,-2) calcula:

- Ecuaciones paramétricas de la mediana que parte desde B.
- Calcula el ángulo \hat{A}
- Calcula su área hallando la base y la altura.

64.- Encuentra un punto A' simétrico de A(5,5) respecto de la recta $4x + 3y - 10 = 0$

65.- a) Dado el segmento de extremos los puntos A (-2, -7) y B (8, 5), halla las coordenadas de un punto interior cuya distancia a B sea el triple que la distancia a A.

b) Comprobar que el segmento de una los puntos medios de los lados AB y AC del triángulo: A(3,5), B(-2,0), C(0,-3), es paralelo al lado BC e igual a su mitad.

66.- Determinar el valor de m para que las rectas $mx+y=3$ y $3x-2y=3$ sean paralelas. Después halla su distancia.

67.- Los puntos A (3,-2) y C (7,4) son vértices opuestos de un rectángulo ABCD, el cual tiene un lado paralelo a la recta $6x-y+2=0$. Hallar las coordenadas de los otros dos vértices del rectángulo.

68.- Halla el dominio de:

a) $f(x) = \frac{x-4}{x^2-36}$ b) $f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{x^2-36}$ c) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x^2-36}}$ d) $f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2-36}}$

e) $f(x) = \log_3 \frac{x-4}{x+2}$ f) $f(x) = 2^{\frac{1}{x+3}}$ g) $f(x) = \sqrt[3]{x^2-4}$ h) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$

f) $y = \sqrt{\frac{x}{x+2}}$ g) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x+2}}$ h) $y = \sqrt{x^2+2x-8}$ i) $y = \log(x^2-9)$

j) $y = \log \frac{1}{1-x}$ k) $y = \frac{3x-1}{x^3-6x^2+5x}$ l) $y = \log(3x-1)$ m) $y = \frac{3x+1}{x^2+5x+7}$

69.- Representa las siguientes funciones e indica su dominio, recorrido, puntos de corte, crecimiento, continuidad (tipos de discontinuidad), máximos y mínimos (absolutos y relativos).

a) $f(x) = \begin{cases} x-3 & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } 7 > x \geq 1 \end{cases}$ b) $g(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{2x+2}{3} & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ -2x+6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

c) $h(x) = \begin{cases} -x-1 & \text{si } x \leq -1 \\ 2x^2-2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ d) $y = \begin{cases} \frac{3x+3}{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ 3-2x-x^2 & \text{si } -2 < x \leq 2 \\ \frac{-x-8}{2} & \text{si } 2 < x \end{cases}$

e) $f(x) = \frac{3x-5}{x-2}$ f) $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ g) $y = 2 - \log_{\frac{1}{3}}(x+3)$ h) $y = 5 \cos x$

i) $y = 2^{1-x} - 3$ j) $y = 1 + \log_2 x$ k) $y = \frac{1}{-2x+2}$ l) $y = 1 + \frac{2}{x-1}$

m) $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x+5} & \text{si } x < -2 \\ x^2-2x+2 & \text{si } -2 \leq x \leq x \\ 4x & \text{si } 2 < x < 10 \end{cases}$ n) $y = \begin{cases} -2 & \text{si } x \leq -1 \\ -2x^2+x+1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \frac{1-2x}{3} & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$

ñ) $y = \begin{cases} \text{sen } x & \text{si } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \\ \text{cos } x & \text{si } x \in \left(\frac{\pi}{2}, 2\pi\right] \end{cases}$ o) $y = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & 0 \leq x < 2 \\ 2^{-x} & 2 \leq x \end{cases}$

p) $\begin{cases} 1-2x & \text{si } x < -1 \\ x^2+4x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ -x^2+6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ q) $y = 1 - \log_2(3+x)$ r) $g(x) = \begin{cases} x+5 & \text{si } x < -4 \\ -x^2+4 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ -5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

70.- Representa gráficamente y expresa como función definida a trozos:

a) $f(x) = \left| \frac{3}{2}x - 3 \right|$ b) $g(x) = |2x + 5|$ c) $h(x) = |x^2 - 4|$ d) $i(x) = |-x^2 + 5x|$
 e) $y = \left| \frac{1-x}{1+2x} \right|$ f) $y = \left| \frac{3-2x}{x-2} \right|$ g) $j(x) = |-x^2 + 2x + 3|$. $y = |3^{x-1} - 1|$ $y = |-x^2 + 5x - 4|$

71.- Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{2x - 1}$, calcula: $f \circ g$ y $g \circ f$, y el dominio de cada una.

72.- Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x + 1}$ y $g(x) = \frac{-1}{x + 2}$, calcula: $f \circ g$ y $g \circ f$, y el dominio de cada una.

73.- Dadas las funciones $f(x) = x - 4$ y $g(x) = \frac{1}{x + 2}$, calcula: $f \circ g$, $f \circ f$, $g \circ g$ y $g \circ f$, y el dominio de cada una.

74.- Halla la función inversa de:

a) $f(x) = 2x + 1$ b) $g(x) = -x + 3$ c) $h(x) = 3x - 2$ d) $f(x) = \frac{3x + 1}{3}$
 e) $g(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}$ f) $h(x) = \frac{3x}{2x + 1}$ g) $i(x) = \frac{1}{x}$ h) $f(x) = 3^{2x-1}$
 i) $f(x) = 2^{x+3}$ j) $f(x) = \log_2(x + 3)$ k) $f(x) = \log_3(2x - 1)$

75.- Calcula los siguientes límites:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^4 + 5x^3 - 2x^2}}{3x - 1}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{5 + x} - 2}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^2 - 6x + 9}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4})$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{5}\right)^{x-3}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{(x - 2)^2}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2x - 3x^3}{x^2 - x^3 - 4}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x^2 - x^3 - 4}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - 3x + 1}{2x - 3x^3 - 4}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^2 - 5x + 6} - \frac{4}{x - 2}\right)$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + x + 1} - 5x)$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}}$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{4 + x}}{x - 5}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1}}{2 + 5x}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 5x^2}{-x^2 + x}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - \sqrt{x^2 + x})$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 2} - \sqrt{4x^2 + 2})$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{\sqrt{5 + x} - 2}$

$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x - 1}\right)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x + 1}{3x - 2}\right)^{2x+1}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{3x + 1}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 3x + 1}{2x^2 - 4x - 5}$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3 + x} & \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 + 1} & \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5 - 6x^4 + 3x^2}{3x^3 + 5x^2 + 6x} & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1+x}{x^2}} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x+2} - x) & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^4 + 3x}{3x^3 - 4x^2} \right] & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x - 2}} & \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{2x + 1} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x - 1} - x & \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - \sqrt{4x + 2}) \end{aligned}$$

76.- Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \frac{x+5}{x^2 - 5x + 6} & \text{b) } f(x) &= \log_3(x^2 - 5x + 6) \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} 2-x & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases} & \text{d) } g(x) &= \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ -x^2 + 2x - 1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{si } x > 2 \end{cases} \\ \text{e) } i(x) &= \begin{cases} 2^x & \text{si } x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ -x^2 + 4x & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{f) } j(x) &= \begin{cases} e^x & \text{si } x \leq 0 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 3 \\ -x^2 + 3x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \\ \text{g) } f(x) &= \begin{cases} \frac{2x+1}{x+1} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 - 2x - 3}{x-3} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} & \text{h) } f(x) &= \begin{cases} \sqrt{x+2} & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ \frac{-x+6}{3} & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ x-2 & \text{si } 3 < x < 5 \end{cases} \\ \text{i) } f(x) &= \begin{cases} \frac{2}{x+3} & \text{si } x < -3 \\ 3x-1 & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ 2^x & \text{si } 1 < x \end{cases} & \text{j) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x-2}{x+2} & x \leq 2 \\ x^2 - 4 & x > 2 \end{cases} \\ \text{k) } y &= \frac{3x^3 + 15x^2 + x + 5}{x^2 + 3x - 10} & \text{l) } f(x) &= \frac{x^3 - 4x^2 + 5x - 2}{x^2 + x - 2} & \text{m) } f(x) &= \frac{3x^2 + 1}{2x^2 - 8} \end{aligned}$$

77.- Calcula el valor de k para que las siguientes funciones sean continuas:

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \begin{cases} x+1 & \text{si } x \leq 2 \\ k-x & \text{si } x > 2 \end{cases} & \text{b) } f(x) &= \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \\ \text{c) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^4 - 1}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases} & \text{d) } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ k & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$e) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + k & \text{si } x < -1 \\ 3x^2 + 4 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x^3 + 8 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} \quad f) f(x) = \begin{cases} x^2 + kx & \text{si } x \leq 2 \\ k - x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

78.- Calcula los valores de a y de b para que la función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & \text{si } x \leq -1 \\ b & \text{si } -1 < x < 3 \\ 2x+4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

79.- Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x}{x+3} & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} & \text{si } -1 < x < 1 \\ mx - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Estudia su continuidad y halla m para que sea continua en $x = 1$

80.- Dada la función $y = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x-2}{x^2-4} & \text{si } -1 < x < 2 \\ \frac{x+m}{x-6} & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$

a) En $x=2$ halla m para que sea continua usando la definición de “continuidad en un punto”. ¿Para qué valores de m sería discontinua en $x=2$? ¿qué tipo de discontinuidad presentaría?

b) Estudia su continuidad en el resto de puntos

81.- Representa aproximadamente las siguientes funciones (estudia continuidad/discontinuidad, asíntotas y límites en el infinito):

a) $y = \frac{2x^2}{x^2-4}$ b) $y = \frac{x+1}{x^2}$ c) $y = \frac{-2x^2+x-8}{x^2+4}$ d) $y = \frac{x^2+2x}{x^2-4}$ e) $y = \frac{1-x}{x^2}$
 f) $y = \frac{x}{x^2-1}$ g) $y = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$ h) $y = \frac{x^3-3x^2+4}{x}$ i) $y = \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

82. Deriva cada una de las siguientes funciones:

$f(x) = x^4 \cdot \ln x$ $f(x) = \frac{e^x+2}{e^x-2}$ $f(x) = \log_3(5x^2+5)$ $f(x) = \frac{-2x}{(x^2-1)^2}$
 $f(x) = \frac{\ln(x-1)}{x^2-1}$ $f(x) = e^{x^2-1} \cdot x$ $f(x) = \sqrt{x^3-2x+1}$ $f(x) = \frac{-x^2+4x}{(2x+3)^3}$
 $f(x) = 2^{x^2} \cdot (9x^3 - 6x^2 + 3x)$ $f(x) = 3x^2 - 5x + \frac{1}{x^3}$ $f(x) = \sqrt[4]{(2x^2-1)^3}$

$$f(x) = \ln \frac{2x+1}{2x-1} \quad f(x) = \operatorname{sen}^3(2x-5) \quad f(x) = e^{4x^2-5x} \cdot \cos x \quad f(x) = \frac{-x^2+4x}{(2x+3)^3}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{(5x^2-1)^2} \quad f(x) = \ln \frac{3x^2+1}{3x^2-1} \quad f(x) = 2^{4x^2-5x} \cdot \operatorname{sen} x \quad f(x) = 3x^2 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^3}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{(2x^2-1)^3}} \quad f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{x^2-3}{x^2+3}} \quad f(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{1+\cos x} \quad f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$$

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x} \quad f(x) = \arccos \frac{x^2}{3} \quad f(x) = \frac{3x}{(1+2x)^3} \quad f(x) = \ln \left(\frac{3x^2-1}{4x+3} \right)$$

83.- Practica las reglas de derivación:

$$\text{a) } f(x) = (3x^5 - 4x^2 + 7)^4 \quad \text{b) } f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 - 4x} \quad \text{c) } f(x) = \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4} + \frac{4}{x^5}$$

$$\text{d) } y = \frac{2}{3x^2 - 5x} \quad \text{e) } y = \frac{3x}{(x^2 - 1)^5}$$

84. Deriva y simplifica (piensa si puedes utilizar las propiedades de los logaritmos):

$$\text{a) } y = \log(4x^2 - x + 2) \quad \text{b) } y = \log(x^3 - 5x)^7 \quad \text{c) } f(x) = \log \frac{1}{x^2} \quad \text{d) } f(x) = \log(x - 2\sqrt{x})$$

85. Deriva y simplifica cuando sea posible:

$$\text{a) } y = \frac{1}{5x} \quad \text{b) } y = \frac{-3}{x^2} \quad \text{c) } y = \frac{2}{x^3} \quad \text{d) } y = \frac{-1}{x^2 - 2x} \quad \text{e) } y = \frac{5}{2x^2 - 7x}$$

86.- Deriva y simplifica:

$$\text{a) } y = \sqrt{3x^2 + 4x - 5} \quad \text{b) } y = \sqrt{x^4 + 4x} \quad \text{c) } y = \sqrt{(1+5x)^3} \quad \text{d) } y = \frac{3}{7} \sqrt{x^2 - x}$$

$$\text{87.- Deriva y simplifica: a) } y = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \text{b) } y = \sqrt{\frac{x^2 + 3x}{2}} \quad \text{c) } y = \sqrt{\frac{2x-3}{x^2}}$$

$$\text{88.- Deriva: a) } y = 2^{x^2-3} \quad \text{b) } y = 3^{2x-x^2} \quad \text{c) } y = e^{-x+3} \quad \text{d) } y = 2e^{5x} \quad \text{e) } y = (2x+1)e^{2x+1}$$

89.-Deriva:

$$\text{a) } y = \frac{e^x}{x} \quad \text{b) } y = \frac{x}{e^x} \quad \text{c) } y = \frac{3e^x}{2x+1} \quad \text{d) } y = \frac{xe^x}{1-x} \quad \text{e) } y = e^{\sqrt{x}} \quad \text{f) } y = \sqrt{e^x}$$

90.- Deriva y simplifica (piensa si puedes utilizar las propiedades de los logaritmos):

$$\text{a) } y = \log(x^2 + 3x) \quad \text{b) } y = \log(3x + 4)^7 \quad \text{c) } y = \log(5x) \quad \text{d) } y = \log(5x^2) \\ \text{e) } y = \log(5x)^2 \quad \text{f) } y = (\log(5x))^2 \quad \text{g) } y = \log\left(\frac{2x-1}{x^2}\right) \quad \text{h) } y = \frac{\log(2x-1)}{\log x^2}$$

91.- Deriva y simplifica (piensa si puedes utilizar las propiedades de los logaritmos):

a) $y = \ln(2x^2 + 3)$ b) $y = 2 \ln(x^2 + 3)$ c) $y = \ln(x^2 + 3)^2$
d) $y = \ln(2x^2 + 3)^2$ e) $y = (\ln(2x^2 + 3))^2$

92.- Deriva y simplifica a) $y = \ln \sqrt{3x}$ b) $y = \sqrt{\ln 3x}$ c) $y = \ln(3\sqrt{x})$ d) $y = \ln(3 - \sqrt{x})$

93.- Deriva y simplifica a) $y = \ln\left(\frac{x^2}{3}\right)$ b) $y = \frac{\ln x^2}{3}$ c) $y = \frac{\ln x^2}{\ln 3}$

94. Deriva y simplifica a) $y = 3 \operatorname{sen} x - 5 \cos x$ b) $y = x \operatorname{sen} 3x$
c) $y = \cos x \operatorname{sen} x$ d) $y = \cos 3x \operatorname{sen} x$

95. Deriva y simplifica a) $y = x^2 \cos 4x$ b) $y = 2x^3 - \operatorname{sen} 5x$ c) $y = \operatorname{sen}^2(3x - 1)$ d)
 $y = \frac{\cos 2x}{x}$

96. Deriva y simplifica a) $y = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$ b) $y = \frac{1}{\cos x}$ c) $y = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$

97. Deriva y simplifica a) $y = e^{2x} \operatorname{sen} 3x$ b) $y = \cos e^x$ c) $y = e^{\cos x}$

98. Deriva y simplifica a) $y = \operatorname{sen}(\ln x)$ b) $y = \cos(\ln x)$ c) $y = \cos \frac{1}{x}$ d)
 $y = \sqrt{\operatorname{sen} x}$

99. Deriva y simplifica a) $y = \operatorname{tag}(x^2 - 1)$ b) $y = \operatorname{tag}(x - 1)^2$ c) $y = 2 \operatorname{tag}(x - 1)$
d) $y = \operatorname{tag}^2(x - 1)$ e) $y = (\operatorname{tag}(x - 1))^2$

100. Deriva y simplifica a) $y = \operatorname{arcsen} 2x$ b) $y = \operatorname{arcsen}(2 + x)$
c) $y = \operatorname{arccos} x^2$ d) $y = \operatorname{arccos} e^x$ e) $y = \operatorname{arctag}(3x + 2)$ f) $y = \operatorname{arctag}(x^2)$