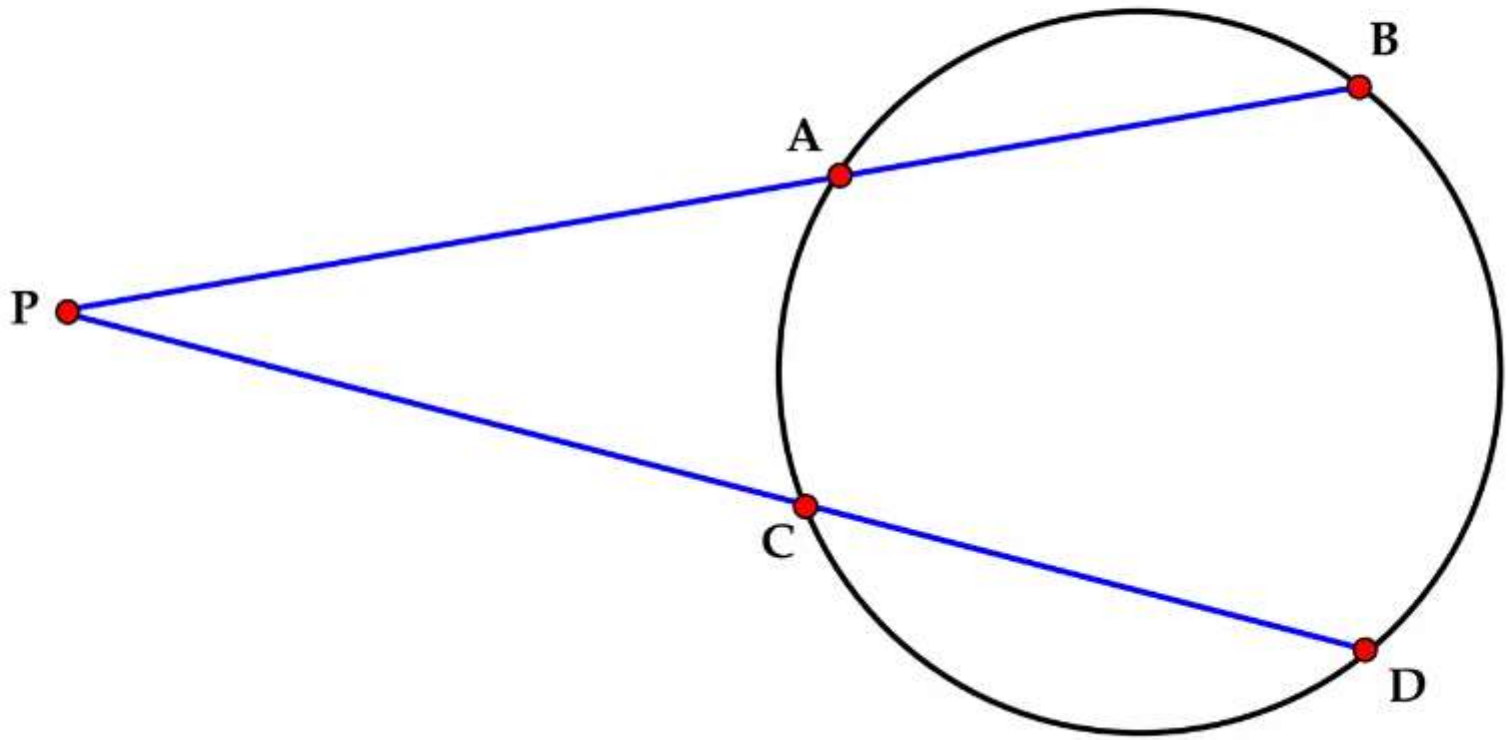
TEORÍA DE LAS POTENCIAS

POTENCIA DE UN PUNTO CON RESPETO A UNA CIRCUNFERENCIA

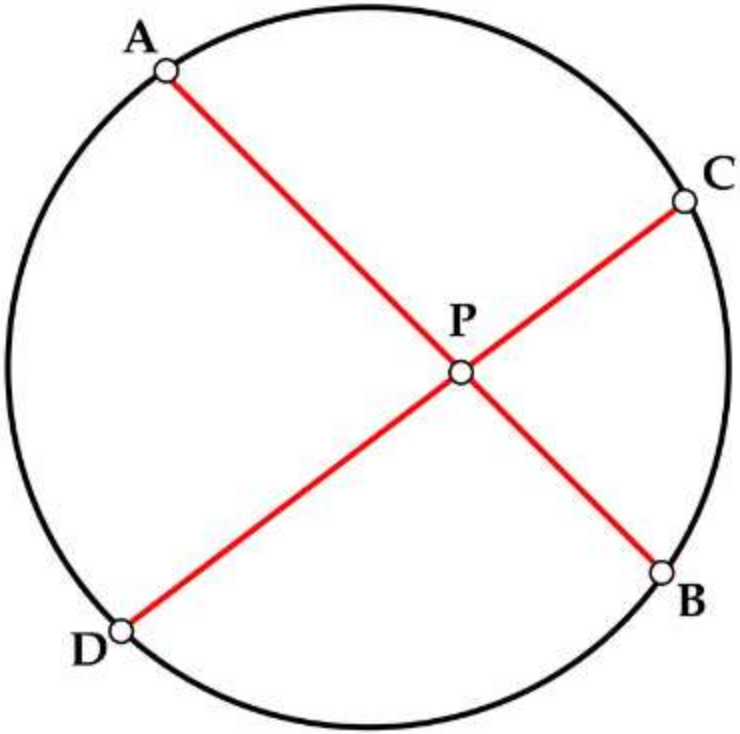
Definición: *La Potencia de un Punto con respecto a una circunferencia, es el producto de sus distancias a cualquier par de puntos en la circunferencia que sean colineales con él.*

Como vemos, tenemos dos posibles casos para P, éste puede ser interior o exterior a la circunferencia:



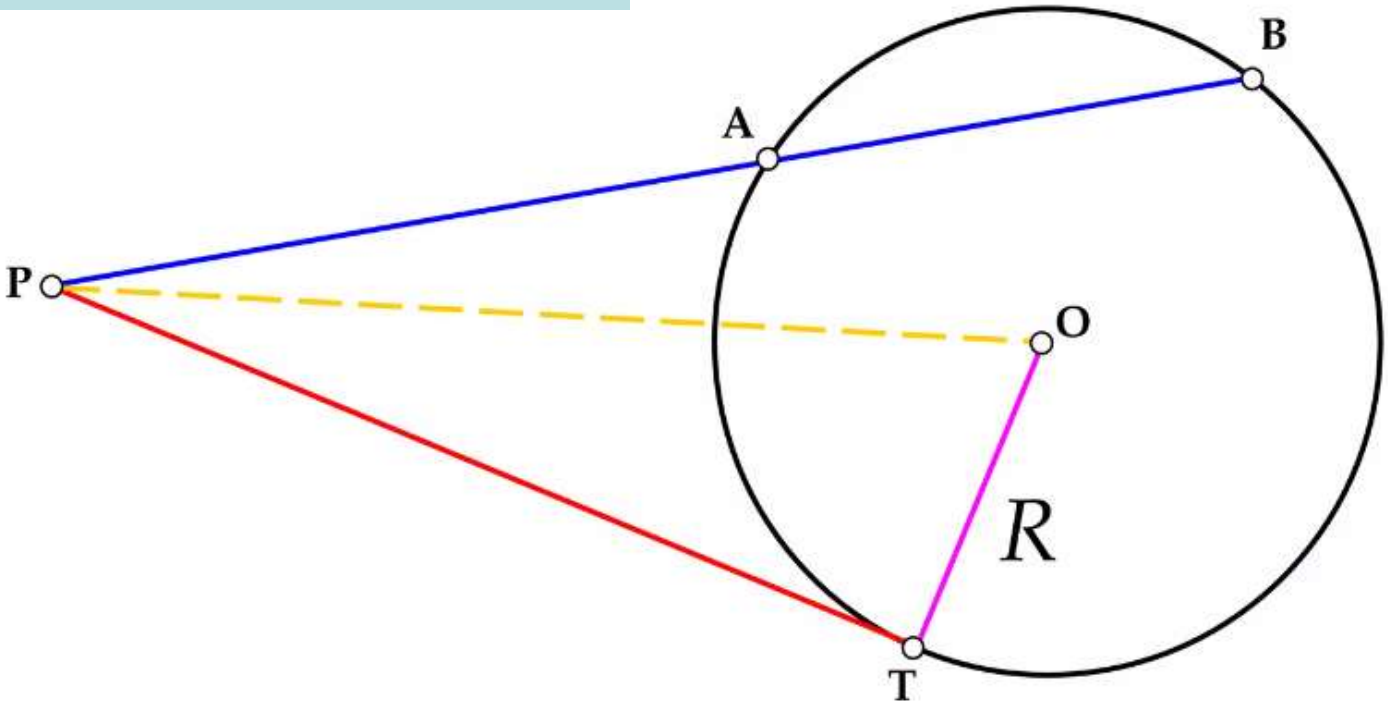
- $PA \cdot PB = PC \cdot PD$

POTENCIA DE UN PUNTO INTERIOR A UNA CIRCUNFERENCIA



- $PA \cdot PB = PC \cdot PD$

POTENCIA DE UNA TANGENTE



Podríamos considerar un argumento similar a la demostración anterior, sin embargo, podemos suponer que la tangente PT funciona como una secante que toca a la circunferencia dos veces en un mismo punto T. Aplicando potencia de un punto con respecto a P, tenemos:

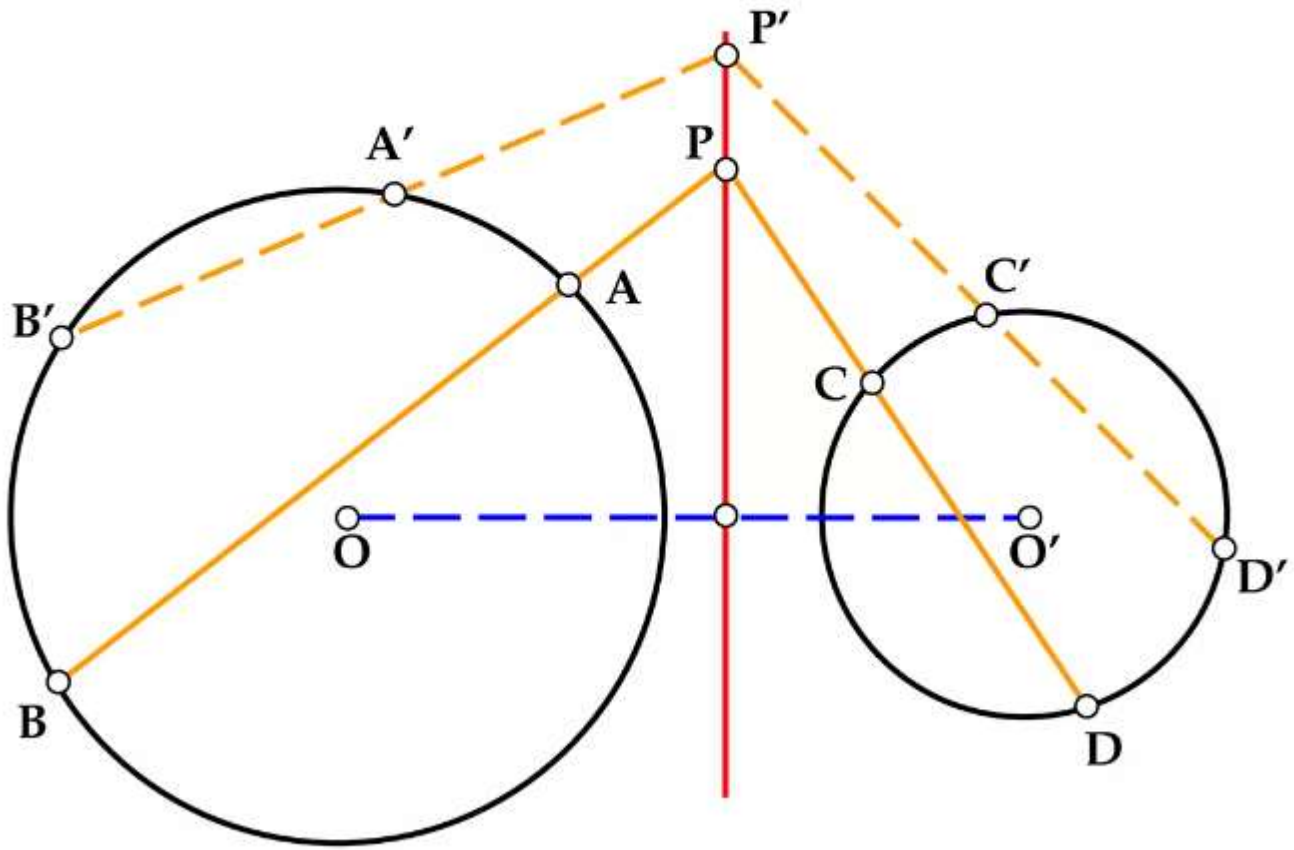
$$PT \cdot PT = PA \cdot PB$$
$$\Rightarrow PT^2 = PA \cdot PB$$

Pero $PT^2 = PO^2 - R^2$. Por lo tanto: $PA \cdot PB = PT^2 = PO^2 - R^2$, como teníamos al principio.

EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS

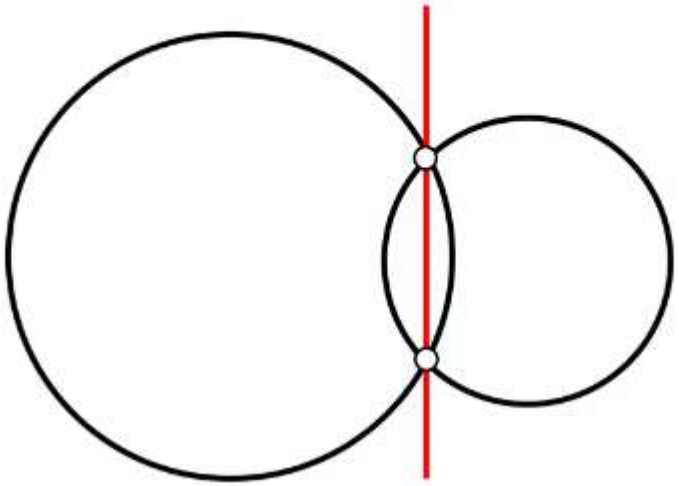
El Eje Radical de dos circunferencias es el lugar geométrico de los puntos cuyas potencias con respecto a las dos circunferencias son iguales.

Este lugar geométrico es una recta perpendicular a la línea de los centros.

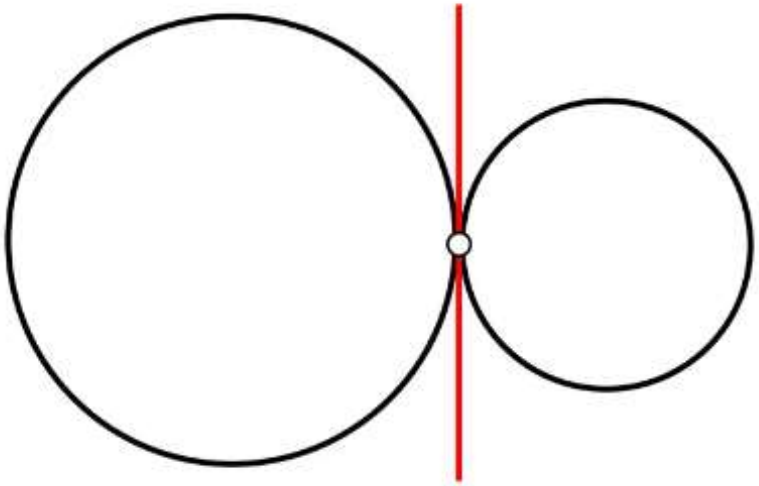


$$PA \cdot PB = PC \cdot PD \text{ y } P'A' \cdot P'B' = P'C' \cdot P'D'$$

- Si dos circunferencias son secantes, su eje radical es la recta que pasa por sus puntos de intersección.

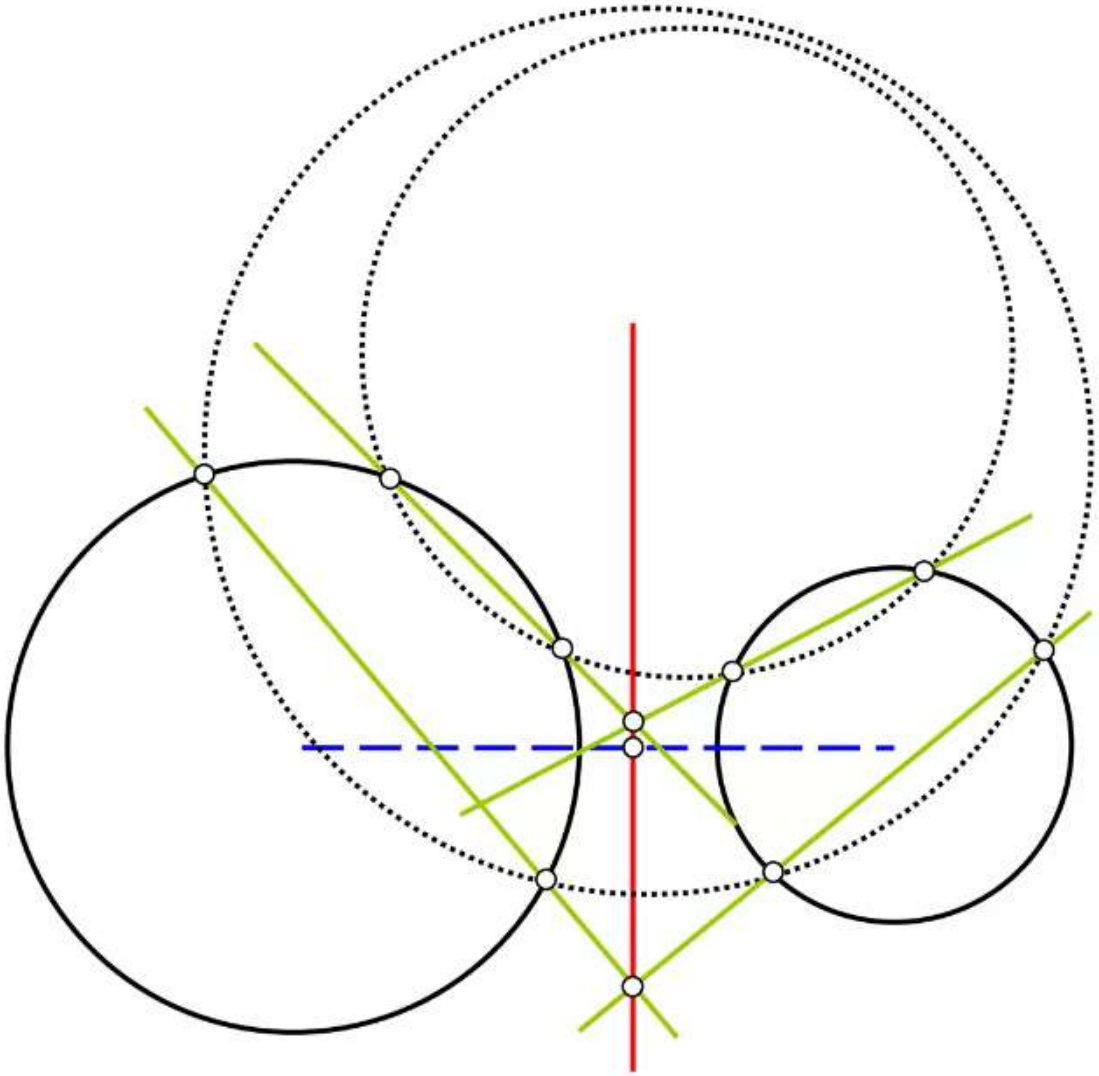


- Si dos circunferencias son tangentes, su eje radical es la tangente por el punto común.



EJE RADICAL DE DOS CIRCUNFERENCIAS

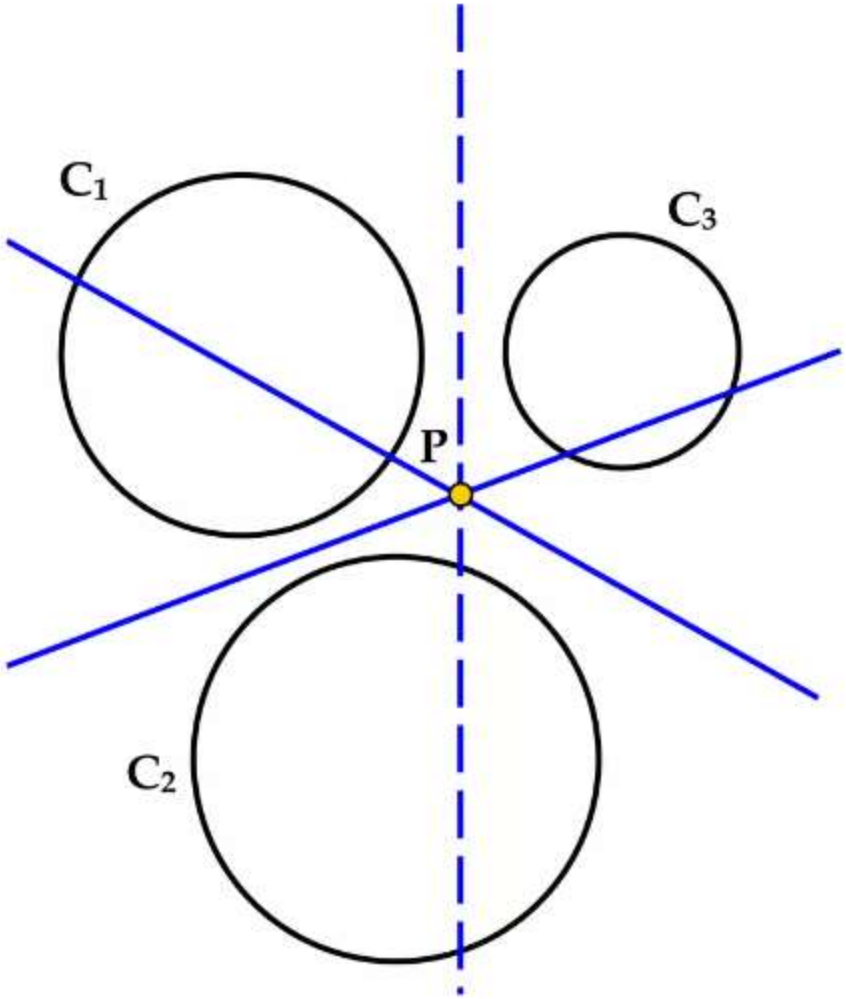
- Si dos circunferencias no se cortan, una forma de encontrar su eje radical es trazar dos circunferencias secantes a ambas y unir los puntos de intersección de las cuerdas comunes. O trazar directamente una perpendicular a la línea de los centros.



CENTRO RADICAL DE TRES CIRCUNFERENCIAS

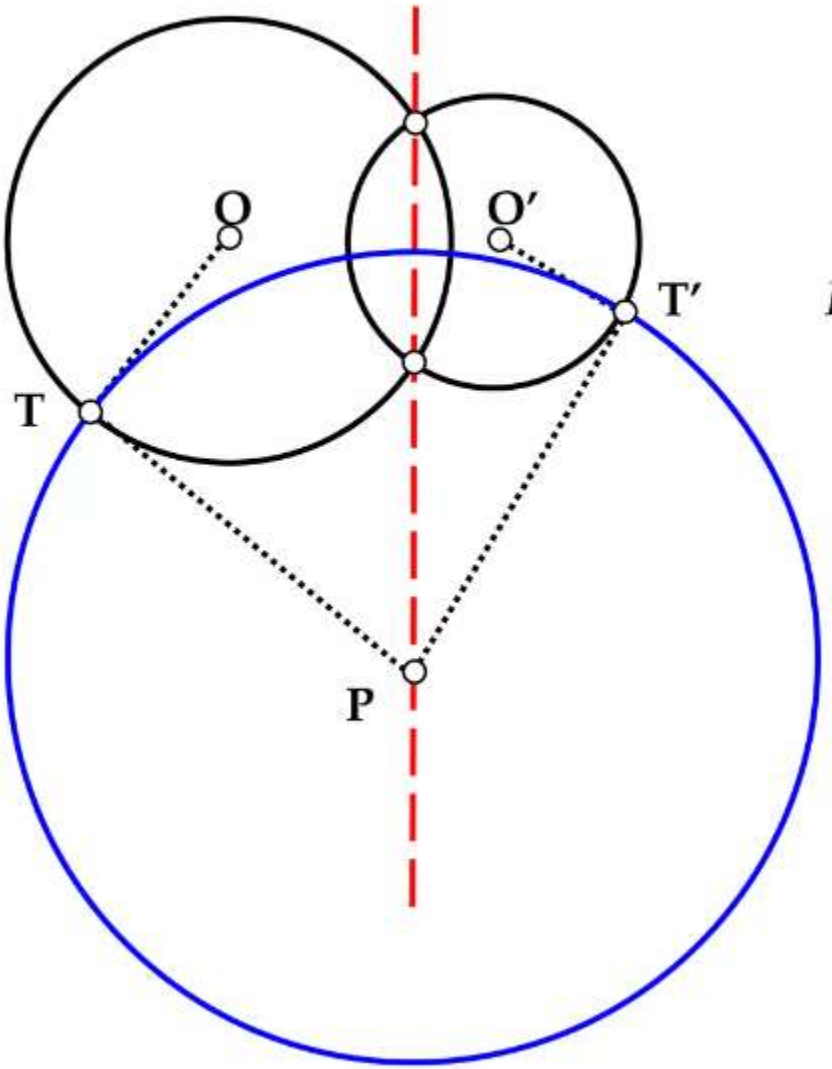
Los ejes radicales de tres circunferencias tomadas por pares son concurrentes.

Demostración.



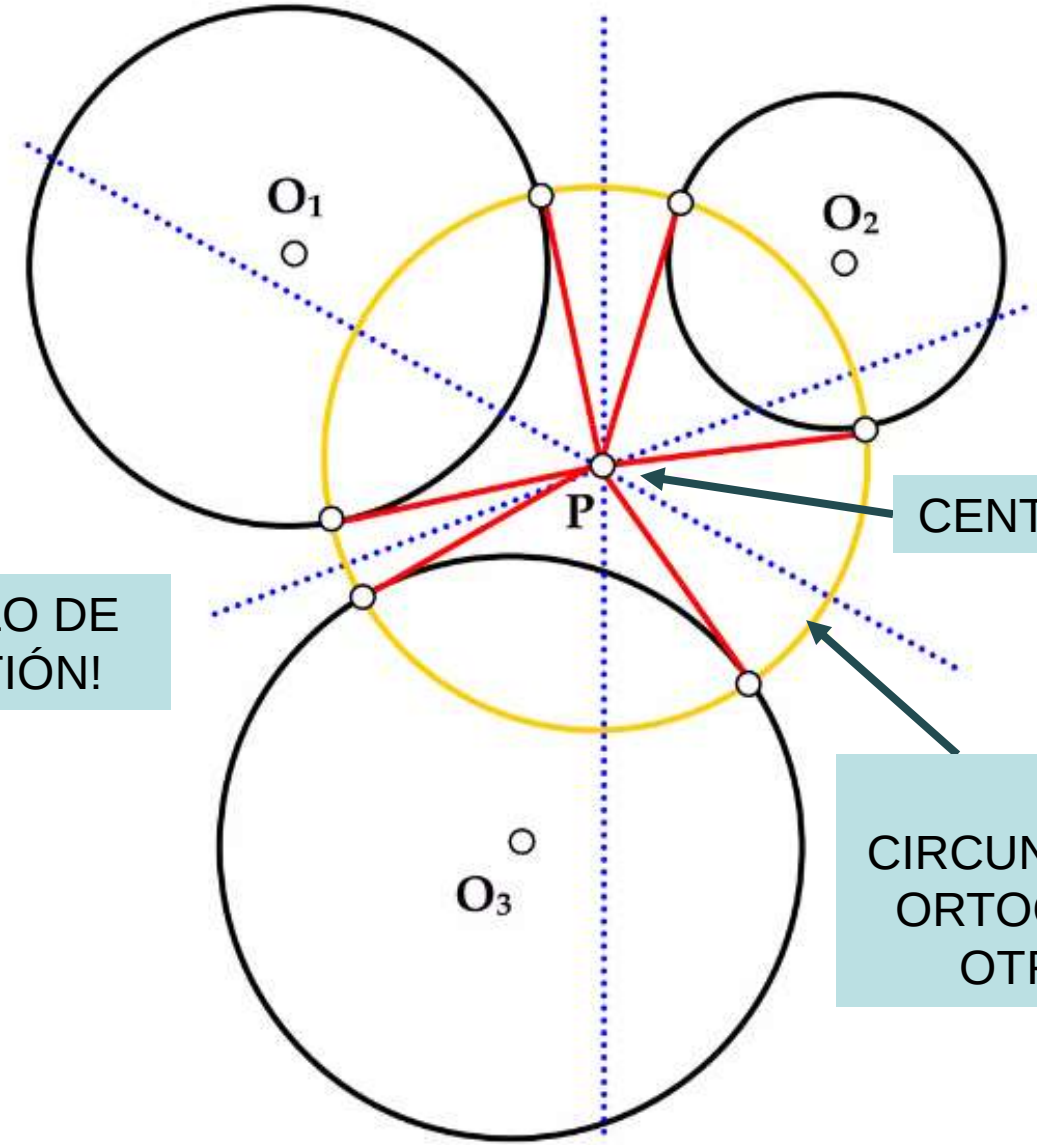
CIRCUNFERENCIAS ORTOGONALES

Nota: Dos circunferencias son *ortogonales* si, al cortarse, sus radios trazados a los puntos en común son perpendiculares.



$PT = PT'$

- Como es la intersección de tres ejes radicales, las longitudes de los seis segmentos tangentes a las tres circunferencias serán iguales.



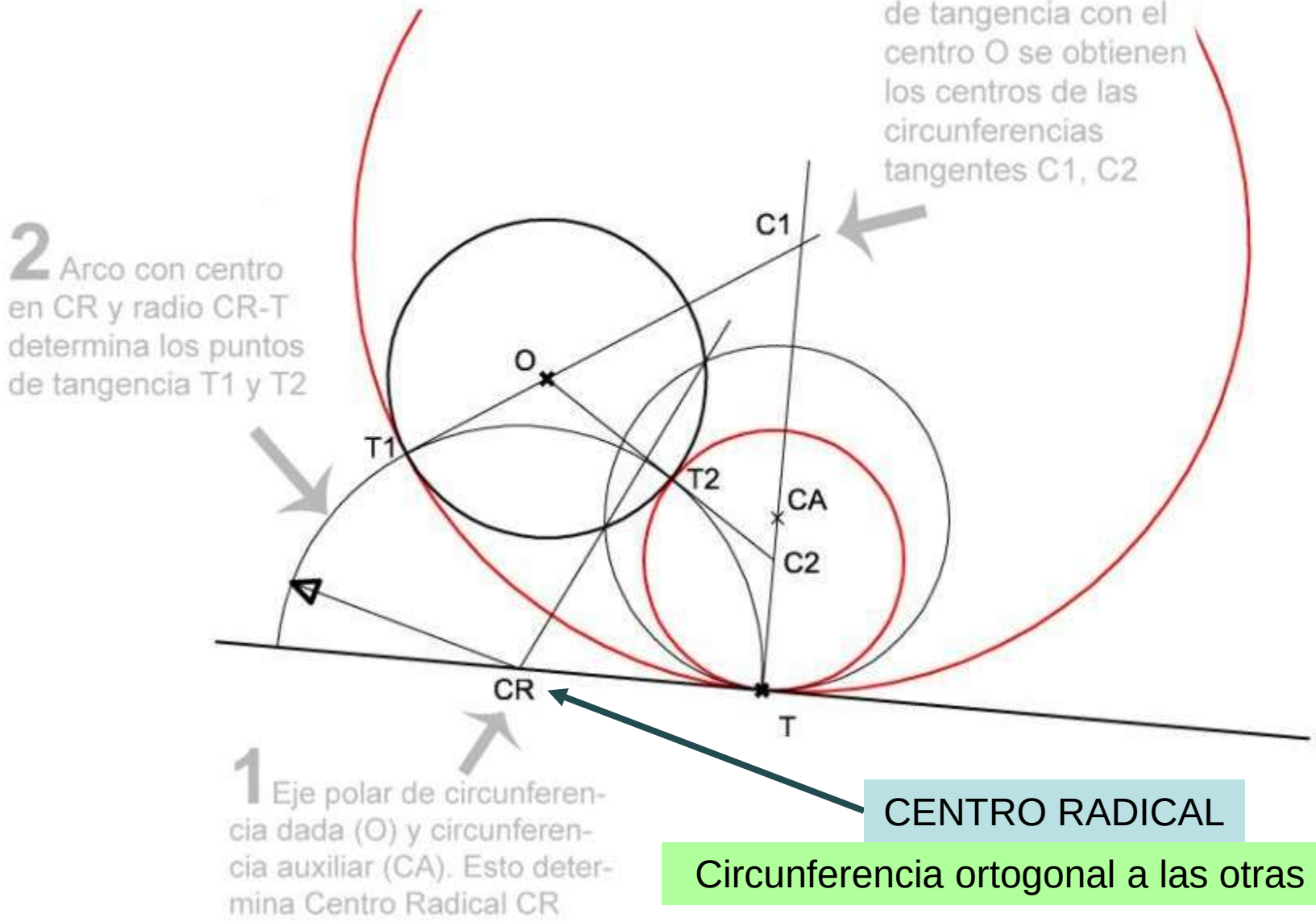
CENTRO RADICAL

¡EL MEOLLO DE LA CUESTIÓN!

¡ESTA CIRCUNFERENCIA ES ORTOGONAL A LAS OTRAS TRES!

CONSECUENCIA: **¡SIEMPRE HAY QUE HAYAR EL CENTRO RADICAL!**

Circunferencias tangentes recta y circunferencia, conocido el punto de tangencia T sobre la recta



GRANDES NAVEGANTES